

Approche de la notion de fonction (Version 2)

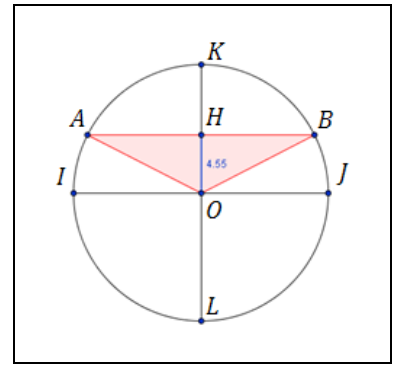
Dans cette activité, on se place dans un repère orthonormé  $(O, J, K)$  d'origine  $O$  et d'unité graphique  $10\text{ cm}$ .

Soit le cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $O$  et de rayon  $10\text{ cm}$ .

Soit  $H$  un point mobile sur le segment  $[OK]$  tel que  $H = x\text{ cm}$ .

La parallèle à l'axe des abscisses passant par le point  $H$  coupe le cercle  $\mathcal{C}$  en  $A$  et  $B$ .

**But :** On cherche à étudier les variations de l'aire du triangle  $ABO$  lorsque  $H$  décrit le segment  $[OK]$  et de déterminer la position du point  $H$  pour que l'aire du triangle  $ABO$  soit maximale.



▪ Etude préalable de la figure :

1) Chargez le fichier relatif à cette activité (*emplacement à préciser*)

2) a. Observez ce qui se passe lorsque vous déplacez le point  $H$ .

.....

.....

b. Essayez de déplacer les points  $A$  et  $B$ . Que remarquez-vous ?

.....

3) Quelle est la nature du triangle  $ABO$  ? Justifiez.

.....

.....

4) a. Quel est l'ensemble des valeurs que peut prendre  $x$  ?

.....

.....

b. Que pouvez-vous dire de l'aire du triangle quand le point  $H$  coïncide avec le point  $O$  ? Avec le point  $K$  ?

.....

.....

c. Quelle vous semble être la valeur maximale atteinte par l'aire ? Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  ?

.....

5) a. Recopiez et complétez le tableau ci-dessous à l'aide du logiciel :

Longueur $x$ de $[OH]$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Aire du triangle $ABO$											

b. L'aire du triangle  $ABO$  est-elle proportionnelle à la distance  $OH$  ? Justifiez.

.....

Pour mieux visualiser les variations de cette aire en fonction des valeurs de la distance  $x$  du segment  $[OH]$ , nous allons utiliser un autre repère d'origine  $O'$  dans lequel nous placerons un point  $M$  d'abscisse  $x$  et d'ordonnée l'aire  $A(x)$  du triangle  $ABO$  correspondant.

On a choisi de prendre une unité pour représenter  $1\text{ cm}$  en abscisse et une unité pour représenter  $5\text{ cm}^2$  en ordonnée.

▪ Exploitation de la représentation graphique :

1) a. Cochez pour cela la case :  Point  $M$ , afin de le faire apparaître.

b. Vérifiez que lorsque vous déplacez le point  $H$ , la position du point  $M$  est cohérente avec sa définition.

2) a. Activez la fonction trace (*Pour cela, faites un clic droit sur le point  $M$  et activez la fonction trace*)

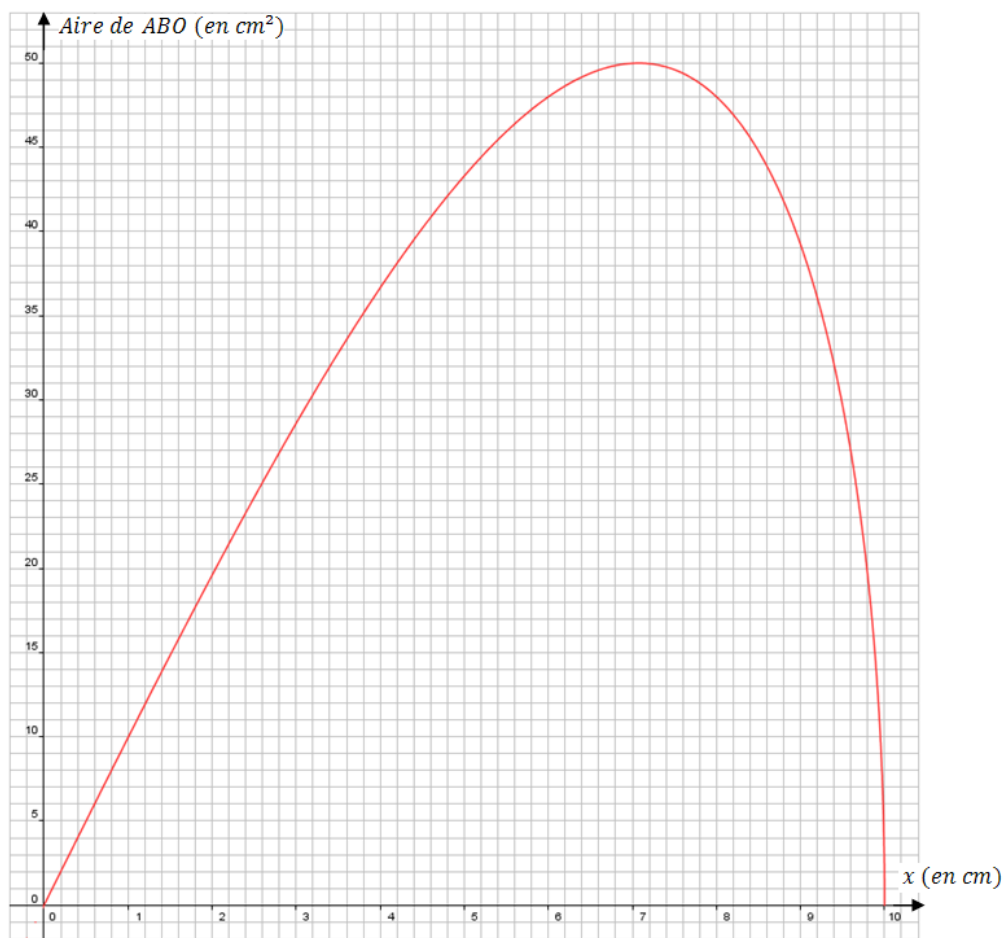
b. Déplacez le point  $H$  afin de faire apparaître suffisamment de points  $M$  pour la représentation graphique.

c. Essayer de décrire avec précision les variations de l'aire de  $ABO$  lorsque  $x$  varie.

.....

.....

3) Après vérification de votre professeur, et en vous appuyant sur la représentation graphique ainsi mise en évidence. Répondez aux questions suivantes en effectuant une construction graphique qui permet d'illustrer votre justification sur le repère suivant :



a. Trouver graphiquement l'aire du triangle  $ABO$  pour  $x = 4,2 \text{ cm}$ .

.....

.....

b. Combien peut-on construire de triangle ayant une aire de  $35 \text{ cm}^2$  ? Effectuer une construction graphique qui permet de répondre à la question.

.....

c. Même question pour une aire de  $50 \text{ cm}^2$ .

.....

d. Même question pour une aire de  $54 \text{ cm}^2$ .

.....

▪ Justification :

1) a. En utilisant le logiciel, quelle semble être la nature du triangle  $ABO$  pour lequel l'aire est maximale ?

.....

b. On suppose maintenant que le triangle  $ABO$  est rectangle en  $O$ . Calculer alors de manière précise l'aire du triangle  $ABO$  et la valeur de  $OH$  correspondante.

.....

.....

.....

c. Montrons que l'aire de tous les autres triangles que l'on peut construire est inférieure ou égale à l'aire que vous venez de trouver : calculez, en utilisant la hauteur issue de  $B$ , l'aire d'un triangle  $AOB$  correspondant à une position quelconque de  $H$ , et montrez que cette aire est inférieure ou égale à la valeur trouvée précédemment avec le triangle rectangle.  
(Vous pourrez, pour cela, utiliser la figure ci-contre)

.....

.....

.....

